

### Clasificación de los sistemas de numeración por los criterios de representación que utilizan

1. Aditivos:
  - Se definen símbolos para la unidad, para la base y para potencias de la base.
  - El número representado se obtiene sumando los valores de los símbolos utilizados, en algunos casos sin importar la posición ni el orden utilizado.
2. Multiplicativos:
  - Se definen símbolos para la unidad, para la base, para los números comprendidos entre la unidad y la base y para las potencias de la base.
  - El número representado se obtiene multiplicando cada potencia de la base por el valor del símbolo que le precede y después se suman estos resultados con el número de unidades.
3. Posicionales de base  $b$ .
  - Utiliza  $b$  símbolos distintos (de 0 a  $b - 1$  si  $b \leq 10$ , del 0 al 9 y luego A, B, C... si  $b > 10$ ).
  - Criterio de agrupamiento: de  $b$  en  $b$ , es decir,  $b$  unidades de un orden forman una unidad de orden superior).
  - Valor posicional de cada símbolo (el valor de cada símbolo depende de la posición que ocupa).
  - Emplea el 0 para indicar la ausencia de unidades de cualquier orden.
  - El número representado se obtiene multiplicando cada potencia de la base por el valor del símbolo que le precede y después se suman estos resultados.

Ejemplos: Nuestro sistema decimal (utiliza diez símbolos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), el sistema octal (utiliza ocho símbolos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7), el sistema binario (utiliza dos símbolos 0, 1), el sistema sexagesimal (utiliza sesenta símbolos del 0 al 59), el sistema hexadecimal (utiliza dieciséis símbolos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F), ...En el sistema hexadecimal A representa diez unidades, B once unidades y así hasta F que representa quince unidades.







4. Mixtos: Mezclan características de distintos sistemas.

Maya: base 5 aditivo, base 20 posicional.

Babilónico: base 10 aditivo, hasta 60 aditivo (no posicional) y posicional para  $n^{\text{os}}$  mayores de 60.

### NUMERACIÓN SUMERIA Mesopotamia 3500 a.C.

Símbolos:

	1		10		60
	600 ( $60 \cdot 10$ )		3 600 ( $60^2$ )		36 000 ( $60^2 \cdot 10$ )








Es un sistema aditivo. No necesita el cero. La base principal es 60 y la base auxiliar es 10.

Ventajas: No dificulta el cálculo, no es necesario aprender muchos símbolos.

Inconvenientes: Los números pueden quedar muy largos lo que puede dificultar la lectura, no se amplía automáticamente, es necesario inventar nuevos signos

## NUMERACIÓN EGIPCIA Egipto (3000 a.C)

Símbolos:

	1		10		100		1 000
	10 000		100 000			1 000 000	



Es un sistema aditivo. No necesita el cero. La base es 10.

Ventajas: No dificulta el cálculo. No es necesario aprender muchos símbolos








Inconvenientes: Los números pueden ser muy largos, lo que puede dificultar la lectura. No se amplía automáticamente. Es necesario inventar nuevos signos.

## NUMERACIÓN ASIRIA: Mesopotamia (1800 a.C.)

Símbolos:

	1		10
<b>Valores según la posición</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 1er rango..... 1</li> <li>• 2do rango..... 60</li> <li>• 3er rango..... <math>60^2 = 3\,600</math></li> <li>• 4to rango..... <math>60^3 = 216\,000</math></li> <li>• etc.</li> </ul>			

Es un sistema posicional. El valor del número que ocupa un lugar determinado se multiplica por el valor correspondiente a este lugar. Su base principal es 60, su base auxiliar es 10. Al principio no tenía cero. Esto podía provocar confusiones y no diferenciar 2 de 61, de 3 660, de 3 601 o de 216 001. En épocas tardías se le agregó un símbolo como cero para indicar que en un determinado lugar no había cifras.

						
2	61	3660	3601	61	3660	3601
<i>Época antigua</i>			<i>Siglo III a.n.e.</i>			

Ventajas: No dificulta el cálculo. Se amplía automáticamente. No es necesario inventar nuevos signos.

Inconvenientes: Dado que solamente hay dos símbolos (1 y 10) los números pueden quedar muy largos lo que puede dificultar la lectura. Sin cero se podían cometer errores de lectura.

## SISTEMA SEXAGESIMAL

Símbolos:

𐎶 1	𐎶𐎶 11	𐎶𐎶𐎶 21	𐎶𐎶𐎶𐎶 31	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 41	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 51
𐎶𐎶 2	𐎶𐎶𐎶 12	𐎶𐎶𐎶𐎶 22	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 32	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 42	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 52
𐎶𐎶𐎶 3	𐎶𐎶𐎶𐎶 13	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 23	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 33	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 43	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 53
𐎶𐎶𐎶𐎶 4	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 14	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 24	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 34	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 44	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 54
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 5	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 15	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 25	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 35	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 45	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 55
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 6	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 16	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 26	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 36	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 46	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 56
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 7	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 17	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 27	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 37	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 47	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 57
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 8	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 18	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 28	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 38	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 48	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 58
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 9	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 19	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 29	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 39	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 49	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 59
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 10	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 20	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 30	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 40	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 50	

Es un sistema posicional. Tiene su origen en la cultura Sumeria (baja Mesopotamia). Tenemos que remontarnos a una forma de enumerar en la cual se empleaban los dedos de las manos. Se contaba mediante un señalamiento con el dedo pulgar de la mano derecha cada una de las falanges de los dedos que restaban de esa mano, así se podía contar hasta doce. Para cifras superiores se levantaba un dedo de la mano izquierda, así se llegaba hasta sesenta. Así 60 fue considerado número que representaba la redondez. Entre otras las conjeturas de la utilización del número 60 está la de orden aritmética por la gran cantidad de divisores (1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 y 60), lo que facilita el cálculo con fracciones, (60 es el mínimo común múltiplo de los seis primeros  $n^{\text{os}}$  naturales); o la de orden geométrico-astronómico, debido a la facilidad de dividir la circunferencia en 6 partes iguales que combinada con el sistema decimal, da lugar a la admisión aproximada del año en 360 días.

Se utiliza fundamentalmente en la medición de ángulos: Una circunferencia tiene 360 grados ( $360^\circ$ ), un grado tiene 60 minutos ( $1^\circ = 60'$ ) y un minuto tiene 60 segundos ( $1' = 60''$ ) y del tiempo: hay 24 horas en un día, 60 minutos en una hora y 60 segundos en un minuto. Las unidades menores que un segundo se miden con el sistema decimal ( $1 \text{ hora} = 60 \text{ min}$ ;  $1 \text{ min} = 60 \text{ seg}$ ).

El origen de la palabra grado viene de la utilización de la palabra *mêra* que significa división que Ptolomeo utiliza en el *Almagesto*. Esta palabra es traducida al árabe *darágh* y a su vez traducida al latín por *scala*, *gradus* (grada) que dio lugar a la palabra grado. Ptolomeo, a las subdivisiones del grado les llama primera parte sesentava  $1/60$  y segunda parte sesentava  $1/60^2$ , que llegan al latín como *prima minuta* y *secunda minuta*, de ahí las palabras minuto y segundo.

El origen del grado sexagesimal se remonta a los babilonios que dividían la circunferencia en 360 partes iguales, esta división llegó a la Europa central por medio de los árabes, que la tomaron de los griegos. La notación de usar el círculo a modo de exponente para designar los grados sexagesimales se remonta a Ptolomeo.

## NUMERACIÓN ROMANA (500 a.C.). Todo el antiguo Imperio Romano

Símbolos:

Roman o	Decimal	Nombrado
I	1	Unus
V	5	Quinque
X	10	Decem
L	50	Quinquaginta
C	100	Centum.
D	500	Quingenti.
M	1000	Mille

Como sistema de numeración el conjunto de reglas utilizando los símbolos anteriores viene dado por:

- Como regla general, los símbolos se escriben y leen de izquierda a derecha. A la izquierda se ponen los de mayor valor y a la derecha los de menor valor. El valor de un número se obtiene sumando los valores de los símbolos que lo componen Ej:  $XXIII = 10 + 10 + 1 + 1 + 1 = 23$ , salvo con la siguiente excepción: Si un símbolo asociado con el 1 (I, X, C, M) está a la izquierda inmediata de otro de mayor valor, se resta al valor del segundo el valor del primero. Ej.  $IV = 4$ ,  $IX = 9$ .
- Los símbolos asociados con el 5 (V, L, D) siempre suman y no pueden estar a la izquierda de uno de mayor valor.
- Se permiten a lo sumo tres repeticiones consecutivas del mismo símbolo asociado con el 1 (I, X, C, M).
- No se permite la repetición de una misma letra asociada con el 5 (V, L, D) su duplicado es una letra de tipo 10.
- Si un símbolo asociado con el 1 (I, X, C, M) aparece restando, sólo puede aparecer a su derecha un sólo símbolo de mayor valor.
- Si un símbolo asociado con el 1 (I, X, C, M) que aparece restando se repite, sólo se permite que su repetición esté colocada a su derecha y que no sea adyacente al símbolo que resta.
- Sólo se admite la resta de un símbolo asociado con el 1 (I, X, C, M) sobre el inmediato mayor asociado con el 1 (I, X, C, M) o asociado con el 5 (V, L, D). Ejemplos:
  - el símbolo I sólo puede restar a V y a X.
  - el símbolo X sólo resta a L y a C.
  - el símbolo C sólo resta a D y a M.

Es decir son válidas las expresiones  $IV = 4$ ,  $IX = 9$ ,  $XL = 40$ ,  $XC = 90$ ,  $CD = 400$ ,  $CM = 900$  y sus combinaciones. 99 no se escribe  $IC$  sino  $XCIX$
- Se permite que dos símbolos distintos aparezcan restando si no son adyacentes.
- Con los símbolos citados se pueden escribir los números del 1 al 3999. Para escribir números mayores se coloca una raya encima de una o más letras y se multiplica por mil su valor. ( $\overline{V} = 5000$ )

Ejemplos:

2006 → MMVI

3462 → MMMCDLXII

4788 →  $\overline{IV}DCCLXVIII$

30049 →  $\overline{XXX}XLIX$

14742 →  $\overline{XIV}DCCXLII$

1565 → MDLXV

94 → CXCIV

583 → DLXXXIII

No siempre se respetan estas reglas. En algunas inscripciones, o en relojes, aparece IIII en lugar de IV para indicar el valor 4.

Características: Es un sistema aditivo, sustractivo y multiplicativo. No necesita el cero. La base principal es la 10 y la auxiliar 5.

Ventajas: No es necesario aprenderse muchos símbolos.

Inconvenientes: Imposibilita el cálculo (es necesario utilizar ábacos). Los números pueden quedar muy largos lo que puede dificultar la lectura. No se amplía automáticamente. Es necesario inventar nuevos signos. Tiene demasiadas reglas para escribir los números.

Los romanos no hicieron muchas aportaciones a las matemáticas y la única que ha perdurado es su complicado sistema de numeración que nos encontramos en los relojes, para numerar siglos, reyes o capítulos de libros. Para hacer las operaciones matemáticas básicas (suma, resta...) usaban ábacos con piedritas. "Piedra" en latín se decía *calculi*, de aquí el significado de la palabra *calcular*: "mover piedras"

### NUMERACIÓN GRIEGA ÁTICA (500 a.C). Grecia, costa Oeste de Turquía.

Símbolos:

I	1	Γ	5	Δ	10	Ⲁ	50	Η	100	Ϟ	500
Χ	1 000	Ϡ	5 000	Μ	10 000	ϡ	50 000				

Es un sistema aditivo. No necesita cero. La base principal es 10 y la auxiliar 5.

Ventajas: No dificulta especialmente el cálculo (excepto por la base auxiliar). No es necesario aprender muchos símbolos.

Inconvenientes: Los números pueden quedar muy largos, lo que puede dificultar la lectura. No se amplía automáticamente. Es necesario inventar nuevos signos.

**NUMERACIÓN GRIEGA ALFABÉTICA (350 a.C.)** Península griega, coste oeste de Turquía y Alejandría (en el delta del Nilo).

Símbolos:

A	1	I	10	P	100
B	2	K	20	Σ	200
Γ	3	Λ	30	T	300
Δ	4	M	40	Υ	400
E	5	N	50	Φ	500
Ζ	6	Ξ	60	X	600
Z	7	O	70	Ψ	700
H	8	Π	80	Ω	800
Θ	9	ς	90	Ͱ	900
Si se pone un apóstrofe delante de un símbolo, multiplica por 1 000 su valor:					
'B = 2 · 1 000 = 2 000			'Λ = 30 · 1 000 = 30 000		

Es un sistema básicamente aditivo. No necesita cero. Su base es 10.

Ventajas: Los números no quedan muy largos al escribirlos.

Inconvenientes: Imposibilita el cálculo. Se tiene que usar ábacos. Es necesario aprender muchos símbolos de memoria. No se amplía automáticamente. Es necesario inventar nuevos signos.

#### **NUMERACIÓN CHINA CLÁSICA (CHINA 1350 a.C)**

Símbolos:

一	二	三	四	五
1	2	3	4	5
六	七	八	九	十
6	7	8	9	10
百	千	万	亿	
100	1 000	10 000	100 000	

Es un sistema aditivo y multiplicativo. No necesita cero. Su base es 10.

Ventajas: Puede complicar un poco el cálculo pero ya se podía empezar a calcular como lo hacemos. Sin embargo utilizaban ábacos y, de hecho, todavía los usan actualmente. No es necesario aprender muchos símbolos

Inconvenientes: Los números pueden quedar muy largos lo que puede dificultar la lectura. No se amplía automáticamente. Es necesario inventar nuevos signos.

### NUMERACIÓN CHINA DE BARRAS o ERUDITA (200 a.C.)

Símbolos:

Cifra	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Lugar impar	I	II	III	IIII	IIII	┐	┐┐	┐┐┐	┐┐┐┐
Lugar par	—	==	===	====	=====	└	└└	└└└	└└└└

Es un sistema posicional. No tiene cero. Su base es 10.

Ventajas: Facilita el cálculo (de hecho era su uso principal). Los números no quedan largos. Se amplía automáticamente. No es necesario inventar signos nuevos

Inconvenientes: Doble símbolo para cada cifra. Al no tener cero puede haber confusiones. A pesar de que cada cifra se escriba de una forma según ocupe un lugar par (decenas, unidades de millar...) o impar (unidades, centenas...) puede haber confusión en números con una cantidad par de ceros seguidos, como 3 001 o 1 400 002, o ceros al final. Normalmente para evitarlo se trabajaba sobre tableros con casillas.

### NUMERACIÓN INDIA (450 d. C.)

Símbolos:

ॐ	॑	॒	ॕ	ॖ
1	2	3	4	5
ॗ	क़	ख़	ग़	ज़
6	7	8	9	0




Es un sistema posicional. Su base es 10. Como cero utiliza el símbolo:

Ventajas: Facilita el cálculo escrito. No es necesario aprender muchos símbolos. Los números son cortos. Se amplía automáticamente. No es necesario inventar nuevos signos.

Los indios inventaron el cero tal como lo entendemos ahora (además de indicar un lugar vacío se puede hacer operaciones con el). Lo llamaron *sunya* que quiere decir "vacío".

### NUMERACIÓN MAYA: México (600 d.C.)

Símbolos:

	1		5		0
<b>Valores según la posición</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 1<sup>er</sup> rango..... 1</li> <li>• 2<sup>do</sup> rango..... 20</li> <li>• 3<sup>er</sup> rango..... <math>20^2 = 400</math></li> <li>• 4<sup>to</sup> rango..... <math>20^3 = 8\ 000</math></li> <li>• etc.</li> </ul>					

Es un sistema posicional. Su base principal es 20 y su base auxiliar es 5. Como cero utiliza este símbolo













Fue uno de los primeros en utilizar a mismo tiempo el principio posicional y el cero. En este sistema kin (sol) representa un día, 20 kins forman un huinal. Como 20 huinales representan 400 días (mucho mayor que la duración de un año) fue utilizado para cálculos astronómicos, llamaron tun a 18 huinales que son 360 días.

Ventajas: No dificulta el cálculo. Se amplía automáticamente. No es necesario inventar nuevos signos.

Inconvenientes: Dado que solamente hay dos símbolos (1 y 10) los números pueden quedar muy largos lo que puede dificultar la lectura.

### NUMERACIÓN ÁRABE (775 d.C.) Países Árabes: Norte de África, Arabia, Oriente Medio.

Símbolos:

				
1	2	3	4	5
				
6	7	8	9	0



Es un sistema posicional. Su base es 10. Como cero utiliza el símbolo:

Ventajas: Facilita mucho el cálculo escrito. No es necesario aprender muchos símbolos. Los números son cortos. Se amplía automáticamente. No es necesario inventar nuevos signos.



Los árabes llamaron al cero *sifr*, que significa "vacío". En el libro "Liber abaci" que introdujo la numeración indo arábica en Europa el matemático Leonardo da Pisa (también conocido como Fibonacci) lo tradujo como *zephirum* que también significaba "viento". De este *sifr* árabe han derivado dos palabras importantes para las matemáticas: "cero" y "cifra"

### Teorema fundamental de la numeración

Teorema: En una base  $b > 1$ , todo número natural  $m$  se expresa de forma única mediante la expresión  $m = a_0 + a_1b + a_2b^2 + \Lambda + a_nb^n$  donde los coeficientes  $a_0, a_1, a_2, \Lambda, a_n$  son números naturales menores que  $b$ . Al número  $a_i$  se le denomina unidad de orden  $i + 1$ .

### Demostración:

Si  $m < b \rightarrow m = a_0$  y ya está.

Si  $m \geq b \rightarrow$  Dividimos  $m$  por  $b$ , si el cociente es mayor que  $b$  volvemos a dividir y reiteramos hasta obtener un cociente menor que  $b$ .

$$m \quad | \quad b$$

$$a_0 \quad q_1 \quad | \quad b$$

$$a_1 \quad q_2 \quad | \quad b$$

$$a_2 \quad q_3 \quad \Lambda \quad q_{n-1} \quad | \quad b$$

$$a_{n-1} \quad q_n = a_n$$

Se prueba que  $a_0, a_1, a_2, \Lambda, a_n$  son únicos. Sustituyendo estos valores en  $m$  se obtiene la expresión buscada  $m = q_1b + a_0 = \Lambda = a_0 + a_1b + a_2b^2 + \Lambda + a_nb^n$ . Notación:  $m = \sum_{i=0}^n a_i b^i \equiv a_n a_{n-1} \Lambda a_2 a_1 a_0_{(b)}$

Escrito así el número  $m$ , cada cifra representa un conjunto de unidades del orden indicado por el lugar que ocupa, contando desde la derecha hacia la izquierda.

$$\text{Ejemplo: } 12101_3 = 1 + 0 \cdot 3 + 1 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^3 + 1 \cdot 3^4 = 145_{(10)}$$

### Propiedades de la numeración

1. Los números  $b, b^2, b^3, \Lambda$  se representan en el sistema de base  $b$  por 10, 100, 1000, ...

2. Si  $m = a_n a_{n-1} \Lambda a_2 a_1 a_0$  entonces  $m \cdot b^p = a_n a_{n-1} \Lambda a_2 a_1 a_0 \underbrace{0 \Lambda 0}_p$  <sup>ceros</sup>
3. Si el número  $m_{(b)}$  tiene  $r$  cifras entonces  $b^{r-1} \leq m < b^r$  y recíprocamente.
4. Si el número  $m_{(b)}$  tiene  $r$  cifras y  $m'_{(b)}$  tiene  $r'$  cifras y  $r' < r$  entonces  $m' < m$
5. Si  $m_{(b)}$  y  $m'_{(b)}$  tienen el mismo número de cifras entonces  $m' < m$  si la primera cifra empezando por la izquierda de  $m'$  que sea distinta de su correspondiente (la que ocupa el mismo lugar) en  $m$  es menor que ésta.

### Cambio de un sistema de numeración a otro

Caso primero: Escribir en el sistema decimal un número dado en el sistema de base  $b$ .

Sea el número  $m_{(b)}$ . Entonces  $m = a_n a_{n-1} \Lambda a_2 a_1 a_0$ . Para pasarlo al sistema de numeración decimal basta usar su expresión polinómica  $a_0 + a_1 b + a_2 b^2 + \Lambda + a_n b^n$  y efectuar todas estas expresiones en el sistema decimal.

Ejemplo: Pasar al sistema decimal el número  $4310_{(5)}$ .

$$4310_{(5)} = 0 + 1 \cdot 5 + 3 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^3 = 1 \cdot 5 + 3 \cdot 25 + 4 \cdot 125 = 5 + 75 + 500 = 580_{(10)}$$

Caso segundo: Para pasar al sistema de base  $b$  un número dado en el sistema decimal sólo hay que usar el teorema fundamental de la numeración (algoritmo utilizado en la demostración)

Ejemplo: Expresar en base 7 el número que en base decimal es 853.

$$853 \quad | \quad 7$$

$$6 \quad 121 \quad | \quad 7$$

$$2 \quad 17 \quad | \quad 7 \quad \text{Luego } 853_{(10)} = 2326_{(7)}$$

$$3 \quad 2$$

Caso tercero: Para expresar en el sistema de numeración de base  $b'$  un número escrito en el sistema de base  $b$  se efectúa primero el paso de éste al sistema decimal y luego se pasa el de base decimal al de base  $b'$ .

### Operaciones entre números de cualquier base: adición, sustracción, multiplicación y división

Análogamente a las operaciones en base 10 podemos operar en cualquier base teniendo en cuenta que pasamos a una unidad de orden superior cuando rebasamos el número de la base correspondiente. Vamos a poner algunos ejemplos:

#### Suma:

$$\begin{array}{rcl}
 221 & \rightarrow \text{llevadas} & 2 + 3 + 5 = 4 + 6 = 4 + 6^0 + 1 \cdot 6 = 14_{(6)} \rightarrow 4 \text{ y llevo } 1 \\
 3542_{(6)} & & 1 + 4 + 5 + 4 = 14 = 2 + 12 = 2 \cdot 6^0 + 2 \cdot 6 = 22_{(6)} \rightarrow 2 \text{ y llevo } 2 \\
 4253_{(6)} & & 2 + 5 + 2 + 5 = 14 = 2 + 12 = 2 \cdot 6^0 + 2 \cdot 6 = 22_{(6)} \rightarrow 2 \text{ y llevo } 2 \\
 \underline{3545}_{(6)} & & 2 + 3 + 4 + 3 = 12 = 0 + 12 = 0 \cdot 6^0 + 2 \cdot 6 = 20_{(6)} \rightarrow 0 \text{ y llevo } 2 \\
 20224_{(6)} & & 
 \end{array}$$

#### Resta:

$$\begin{array}{rcl}
 3210_{(4)} & & \begin{array}{c} 2+4=6 \quad 0+4=4 \\ 3210 \rightarrow 3 \quad 2 \quad 1 \quad 4 \end{array} \\
 \underline{2301}_{(4)} & & \underline{2301} \rightarrow \underline{2 \quad 3 \quad 1 \quad 1} \\
 0303_{(4)} & & \quad \quad 0 \quad 3 \quad 0 \quad 3_{(4)}
 \end{array}$$

#### Multiplicación:

$$\begin{array}{r}
 1213_{(4)} \\
 \times 32_{(4)} \\
 \hline
 3032 \\
 10311 \\
 \hline
 112202_{(4)}
 \end{array}$$

#### División:

$$\begin{array}{rcl}
 \overline{4024130}_{(5)} & \bigg| & \underline{2034}_{(5)} & \text{Operaciones para hacer la división:} \\
 \\ 
 14401 & & 1423_{(5)} & \\
 011003 & & 2034_{(5)} & \\
 13300 & & \times 4 & \\
 \underline{2033}_{(5)} & & \underline{13301}_{(5)} & \\
 & & & 
 \end{array}$$

Nota: Se pueden hacer operaciones en cualquier base pasando los datos a base decimal, operar en base decimal y luego pasar los resultados a la base inicial.

### ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Los alumnos han practicado desde primaria las reglas del sistema de numeración romano.

En cuanto a los sistemas de numeración que utilizan el principio del valor relativo, el alumno está familiarizado con el decimal.

Los alumnos aprenderán a operar en cualquier base, salvo quizás dividir en una base no decimal porque resulta complicado, en este caso, se les permite que pasen los datos a base 10, que hagan la operación en base 10 y pasen de nuevo a la base original. Es interesante que los alumnos realicen las actividades encontradas en [http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/act\\_permanentes/mate/imagina/catala/activ.htm](http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/act_permanentes/mate/imagina/catala/activ.htm)

para tener contacto con los diferentes sistemas de numeración utilizados a lo largo de la historia. También podemos aconsejarles la lectura del libro “Breve viaje al mundo de la matemática” de Domèmec Gavalrà que trata la ortografía de los números. ●

#### **Bibliografía**

Fomin, S.V: Sistemas de numeración. Editorial Mir.

[http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/act\\_permanentes/mate/imagina/catala/activ.htm](http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/act_permanentes/mate/imagina/catala/activ.htm)

# Reparación de piezas del vehículo con ventosas adhesivas I

**Título:** Reparación de piezas del vehículo con ventosas adhesivas I. **Target:** Ciclo Formativo de Grado Medio de Carrocería. **Asignatura:** Elementos metálicos y sintéticos. **Autor:** Juan Pedro Gassó Bas, Técnico especialista en Mecánica y Electricidad del Automóvil, Profesor de Ciclos Formativos de Mantenimiento de vehículos.

Hoy en día cuando alguna pieza del vehículo recibe un impacto de forma voluntaria o involuntaria, existe la posibilidad de que dicho impacto se repare sin necesidad de tener que pintar dicha pieza dañada. Este proceso se podrá realizar siempre y cuando el daño cumpla unas condiciones y unas características concretas, ya que no todos los daños se podrán reparar debidos a las características de cada daño.

Como norma general los daños que se suelen reparar, suelen ser de pequeñas dimensiones (foto), aunque en algunas ocasiones también se podrán reparar daños de mayores dimensiones.



Los daños de pequeñas dimensiones pueden ser producidos de diferentes maneras, aunque una de las que más conocidas son las producidas por el granizo. El tamaño de estas abolladuras será siempre variable y dependerá principalmente de la zona donde impacte la piedra y de la dimensión de las mismas.

Cuando el vehículo se ve afectado por este tipo de daños, no quiere decir que todos los vehículos afectados se puedan reparar, ya que dependiendo del número de piezas que se ven afectadas y de la cantidad de bollos que tengan las piezas, será más recomendable reparar con este tipo de método, o será más recomendable reparar y pintar.

La utilización de este tipo de métodos presenta varias ventajas que serán las siguientes:

Mantenimiento de la pintura original del vehículo (siempre que no se haya repintado la pieza previamente).

- Ahorro de tiempo en los procesos de reparación, y a su vez, menor tiempo que está el cliente sin el vehículo.
- Ahorro de dinero por parte del cliente, ya que no se tiene que pintar la pieza dañada.

Los golpes no siempre se podrán reparar, aunque estos presenten dimensiones que den lugar a pensar que si, por esto será necesario saber cuándo se podrán reparar. Se podrán reparar:

- 1.- Cuando el daño se encuentre en una **zona sin refuerzos interiores**.